

Zahlensysteme

von Christian Bartl

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	2
1. Einleitung	3
2. Umrechnungen	3
2.1. Dezimalsystem → Binärsystem	3
2.2. Binärsystem → Dezimalsystem	3
2.3. Binärsystem → Hexadezimalsystem.....	3
2.4. Hexadezimalsystem → Binärsystem.....	4
2.5. Dezimalsystem → Hexadezimalsystem.....	5
2.6. Hexadezimalsystem → Dezimalsystem.....	5
3. Rechnen im Binärsystem.....	6
3.1. Addition.....	6
3.2. Multiplikation.....	6
4. Bitweise Verknüpfungen.....	7
4.1. Bitweises UND (&).....	7
4.2. Bitweises ODER ().....	7
4.3. Bitweises EXOR (^).....	7

1. Einleitung

Der Computer arbeitet mit dem Binärsystem oder dem Hexadezimalsystem. Da der Mensch mit dem Dezimalsystem arbeitet ist es oft notwendig Zahlen von einem System in das andere umwandeln zu können.

2. Umrechnungen

2.1. Dezimalsystem → Binärsystem

Um eine Zahl vom Dezimalsystem in das Binärsystem umzuwandeln sind folgende Schritte notwendig:

1. Dividieren Sie die Dezimalzahl durch 2 und schreibt den Rest an.
2. Diesen Vorgang wiederholen Sie so oft bis das Ergebnis der Division 0 ist.
3. Nun schreiben Sie die Reste der Division von hinten nach vorne gelesen an. Dies ist das Ergebnis der Umwandlung.

Beispiel:

212 wird in das Binärsystem umgewandelt.

$$212:2=106:2=53:2=26:2=13:2=6:2=3:2=1:2=0$$

$$0R. \quad 0R. \quad 1R. \quad 0R. \quad 1R. \quad 0R. \quad 1R. \quad 1R.$$

Die Restwerte werden angeschrieben 00101011 und dann umgedreht.
Ergebnis: 11010100

2.2. Binärsystem → Dezimalsystem

Um eine Zahl vom Binärsystem in das Dezimalsystem umzuwandeln sind folgende Schritte notwendig:

1. Weisen Sie jeder Stelle der Binärzahl eine 2er-Potenz von 2^0 bis 2^x zu. Fangen Sie dabei bei rechts an. 1.Stelle 2^0 , 2.Stelle 2^1 usw.
2. Addieren Sie bei den 1ern der Binärzahl die dazugehörigen 2er-Potenzen zusammen. Bei einer 0 wird die 2er-Potenz nicht addiert.

Beispiel:

11010100 wird in das Dezimalsystem umgewandelt.

1	1	0	1	0	1	0	0
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

Nun werden die 2er-Potenzen bei den 1ern addiert.
 $2^7+2^6+2^4+2^2=212$

2.3. Binärsystem → Hexadezimalsystem

Um eine Zahl vom Binärsystem in das Hexadezimalsystem umzuwandeln sind folgende Schritte notwendig:

1. Teilen Sie die Binärzahl von links nach rechts in 4er-Gruppen ein.
2. Weisen Sie jeder Gruppe von rechts nach links die Werte 1, 2, 4 und 8 zu.

3. Addieren Sie bei 1 die Werte die Sie den Stellen zugewiesen haben. Bei 0 werden die Werte nicht dazuaddiert.
4. Wandeln Sie die Zahlen jeder Gruppe nach folgender Tabelle um:

0-9 bleibt 0-9
 10 = A
 11 = B
 12 = C
 13 = D
 14 = E
 15 = F

Beispiel:

11010100 wird in das Hexadezimalsystem umgewandelt.

1 1 0 1 | 0 1 0 0
 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
 8 4 2 1 8 4 2 1

8+4+1 4 Addieren der Werte
 13=D 4=4 Umwandeln der Werte

Ergebnis: D4

2.4. Hexadezimalsystem → Binärsystem

Um eine Zahl vom Hexadezimalsystem in das Binärsystem umzuwandeln sind folgende Schritte notwendig:

1. Wandeln Sie die einzelnen Zeichen (Buchstaben und Zahlen) nach folgender Tabelle um:

0-9 bleibt 0-9
 10 = A
 11 = B
 12 = C
 13 = D
 14 = E
 15 = F

2. Wandeln Sie die Zahlen in 4er-Gruppen mit 1 und 0 um. Von rechts nach links haben die Stellen die Werte 1, 2, 4 und 8. 1 steht für Zahl werten und 0 steht für Zahl nicht werten. Die Summe der Zahlen die unter den 1 stehen muss die zu umwandelnde Zahl ergeben.

Beispiel:

D4 wird in das Binärsystem umgewandelt.

 D 4
 ↓ ↓
 13 4
 ↓ ↓
 8 4 2 1 | 8 4 2 1

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Das Ergebnis ist 11010100.

2.5. Dezimalsystem → Hexadezimalsystem

Um eine Zahl vom Dezimalsystem in das Hexadezimalsystem umzuwandeln sind folgende Schritte notwendig:

1. Dividieren Sie die Dezimalzahl durch 16 und schreiben Sie den Rest an.
2. Diesen Vorgang wiederholen Sie so oft bis das Ergebnis der Division 0 ist.
3. Nun schreiben Sie die Reste der Division von hinten nach vorne gelesen an.
4. Wandeln Sie die Zahlen nach folgender Tabelle um:

0-9 bleibt 0-9
 10 = A
 11 = B
 12 = C
 13 = D
 14 = E
 15 = F

Beispiel:

212 wird in das Hexadezimalsystem umgewandelt.

$$\begin{array}{r} 212:6=13:6=0 \\ 4R. 13R. \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 4=4 \quad 13=D \end{array}$$

Die umgewandelten Restwerte werden angeschrieben 4D und dann umgedreht.
 Ergebnis: D4

2.6. Hexadezimalsystem → Dezimalsystem

Um eine Zahl vom Hexadezimalsystem in das Dezimalsystem umzuwandeln sind folgende Schritte notwendig:

1. Weisen Sie jeder Stelle der Binärzahl eine 2er-Potenz von 16^0 bis 16^x zu. 1. Fangen Sie dabei bei rechts an.
 1.Stelle 16^0 , 2.Stelle 16^1 usw.
2. Wandeln Sie die Zahlen nach folgender Tabelle um:

0-9 bleibt 0-9
 10 = A
 11 = B
 12 = C
 13 = D
 14 = E
 15 = F

3. Multiplizieren Sie jeden Wert der Hexadezimalzahl mit der dazugehörigen Potenz und addieren Sie diese Werte.

Beispiel:

D4 wird in das Dezimalsystem umgewandelt.

$$\begin{array}{cc}
 D & 4 \\
 \downarrow & \downarrow \\
 D=13 & 4=4 \\
 \downarrow & \downarrow \\
 16^1 & 16^0
 \end{array}$$

$$13 \times 16^1 + 4 \times 16^0 = 212$$

3. Rechnen im Binärsystem**3.1. Addition**

Um zwei Binärzahlen zu Addieren sind folgende Schritte notwendig:

1. Schreiben Sie die beiden Zahlen von rechts nach links untereinander.
2. Addieren Sie nach folgender Wertetabelle:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ an und } 1 \text{ weiter}$$

$$1 + 1 + 1 = 1 \text{ an und } 1 \text{ weiter}$$

Immer zwei 0 ergeben 0 und 0 weiter. Zwei 1 ergeben 0 und 1 weiter. 0 und 1 ergibt 1 an und 0 weiter.

Beispiel:

$$\begin{array}{r}
 11010100 \\
 + \quad 101100 \\
 + \quad 1010111 \\
 \hline
 10101011 \\
 1
 \end{array}$$

3.2. Multiplikation

Um zwei Binärzahlen zu Multiplizieren sind folgende Schritte notwendig:

1. Schreiben Sie die Rechnung wie jede andere Multiplikation im Dezimalsystem auch an.
2. Rechnen Sie mit dem Einser- und Nullervorteil.
3. Addieren Sie die Ergebnisse wie es in Punkt 5.2.1. beschrieben ist.

Beispiel:

$$\begin{array}{r}
 11010100 \times 101 \\
 \hline
 11010100 \\
 00000000 \\
 11010100 \\
 \hline
 10000100100
 \end{array}$$

4. Bitweise Verknüpfungen

4.1. Bitweises UND (&)

Um zwei Binärzahlen mit dem Bitweisen UND zu verknüpfen sind folgende Schritte notwendig:

1. Schreiben Sie die beiden Zahlen von rechts nach links untereinander.
2. Verknüpfen Sie nach folgender Tabelle:

$$\begin{aligned} 0 &\& 0 = 0 \\ 1 &\& 0 = 0 \\ 0 &\& 1 = 0 \\ 1 &\& 1 = 1 \end{aligned}$$

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 101001 \\ \& 11011 \\ \hline 001001 \end{array}$$

4.2. Bitweises ODER (|)

Um zwei Binärzahlen mit dem Bitweisen ODER zu verknüpfen sind folgende Schritte notwendig:

1. Schreiben Sie die beiden Zahlen von rechts nach links untereinander.
2. Verknüpfen Sie nach folgender Tabelle:

$$\begin{aligned} 0 &| 0 = 0 \\ 1 &| 0 = 1 \\ 0 &| 1 = 1 \\ 1 &| 1 = 1 \end{aligned}$$

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 101001 \\ | 11011 \\ \hline 111011 \end{array}$$

4.3. Bitweises EXOR (^)

Um zwei Binärzahlen mit dem Bitweisen EXOR zu verknüpfen sind folgende Schritte notwendig:

1. Schreiben Sie die beiden Zahlen von rechts nach links untereinander.
2. Verknüpfen Sie nach folgender Tabelle:

$$\begin{aligned} 0 &\wedge 0 = 0 \\ 1 &\wedge 0 = 1 \\ 0 &\wedge 1 = 1 \\ 1 &\wedge 1 = 0 \end{aligned}$$

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 101001 \\ \wedge 11011 \\ \hline 110010 \end{array}$$